Т е о р е м а 2. *Билинейные ряды из первых и вторых производных собственных функций краевой задачи* (1) – (2) *вида*

$$\sum_{p=1}^{\infty}\left(\frac{\partial v_p(x)}{\partial x_i^2}\right)^2 \lambda_p^{-\left[\frac{n+k+1}{2}\right]-2}, \quad \sum_{p=1}^{\infty}\left(\frac{\partial^2 v_p(x)}{\partial x_i \partial x_j}\right)^2 \lambda_p^{-\left[\frac{n+k+1}{2}\right]-3}, \quad 1 \leqslant i, j \leqslant n,$$

$$\sum_{p=1}^{\infty}(B_y v_p(x))^2 \lambda_p^{-\left[\frac{n+k+1}{2}\right]-3}, \quad B_y = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{k}{y}\frac{\partial}{\partial y}$$

сходится равномерно в произвольной строго внутренней замкнутой подобласти $\overline{\Omega_1^+}$ (*прилегающей к гиперплоскости* $y = 0$) *области* Ω^+.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Киприянов И.А.* Асимптотическое распределение собственных значений и собственных функций одного класса сингулярных эллиптических операторов // Труды МИАН СССР. 1972. Т. 117. С. 159–179.
2. *Катрахов В.В.* О задаче на собственные значения для сингулярных эллиптических операторов // ДАН СССР. 1972. Т. 207, № 2. С. 284–287.

Сазонов Анатолий Юрьевич
Тамбовский государственный ун-т
Россия, Тамбов
e-mail: aib@tsu.tmb.ru

Поступила в редакцию 10 мая 2007 г.

О ЕДИНСТВЕННОСТИ КЛАССИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ B-ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ[1]

© **А. Ю. Сазонов, Л. Н. Суркова**

Пусть Ω^+ — ограниченная область в полупространстве $y > 0$ точек $x = (x_1, ..., x_n, y) = (x', y)$ пространства $R_+{}^{n+1}$, прилегающая к гиперплоскости $= 0$. Γ^0 — часть границы области Ω^+, лежащая на $y = 0$, $\overline{\Gamma^+}$ — замыкание оставшейся части границы. Предполагаем, что $\overline{\Gamma^+}$ — произвольная поверхность типа Ляпунова.

В Ω^+ рассматривается оператор:

$$\Delta_B = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + ... + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{k}{y}\frac{\partial}{\partial y},$$

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 07-01-00305).

где k — положительное вещественное число.

Для функций $u, v \in C^2(\Omega^+) \cup C\left(\overline{\Omega^+}\right)$ имеет место формула Грина

$$\int\limits_{\Omega^+} (u\Delta_B v - v\Delta_B u) y^k d\Omega = \int\limits_{\Gamma^+} \left(u\frac{\partial v}{\partial \bar{n}} - v\frac{\partial u}{\partial \bar{n}} \right) y^k d\Gamma,$$

$\bar{n}$ — внешняя нормаль к Γ^+.

Пусть $\Delta_B u = 0$, тогда справедливо интегральное представление вида

$$u(x', 0) = \int\limits_{\Gamma^+} \left[r^{-n-k-1}\frac{\partial u}{\partial \bar{n}} - u\frac{\partial}{\partial \bar{n}}\left(r^{-n-k-1}\right) \right] \eta^k d_\xi \Gamma,$$

$\xi = (\xi_1, ..., \xi_n, \eta) = (\xi', \eta)$, $\quad r^2 = \sum\limits_{i=1}^{n} (x_i - \xi_i)^2 + \eta^2$. В области $y > 0$, $u(x) = T_\eta^y u(x', 0)$, где $T_\eta^y f(\eta) = C_k \int\limits_0^\pi f(\sqrt{y^2 + \eta^2 - 2y\eta\cos\alpha}) \sin^k \alpha d\alpha$, $(C_k - const)$ — оператор обобщенного сдвига [1].

Т е о р е м а 1. *Пусть $u(x)$ удовлетворяет уравнению*

$$\Delta_B u(x) = 0$$

в полушаре $Ш_R^+$ с центром в точке $(x', 0)$ радиуса R и границей S_R^+ и непрерывна вплоть до границы. Тогда

$$u(x', 0) = B_k \int\limits_{S_R^+} u\eta^k d_\xi \Gamma, \quad u(x) = T_\eta^y u(x', 0).$$

Т е о р е м а 2. (Принцип максимума) *Функция $u(x)$ удовлетворяющая уравнению* (2) *в Ω^+, непрерывная вплоть до Γ^+ и не равная тождественно константе, достигает максимального (минимального) значения на Γ^+.*

С л е д с т в и е. *Пусть $u(x)$ и $V(x)$ обе удовлетворяют уравнению* (2), *непрерывны в* $\left(\overline{\Omega^+}\right)$ *и $|u|_{\Gamma^+} \leqslant V|_{\Gamma^+}$, тогда $|u| \leqslant V$ всюду в Ω^+.*

Т е о р е м а 3. *Задача*

$$\Delta_B u = f,$$
$$u\,|_{\Gamma^+} = \varphi, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{\Gamma^0} = 0$$

не может иметь более двух решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Левитан Б.М.* Разложение по функциям Бесселя в ряды и интегралы Фурье // УМН. 1972. Т. 6, № 2. С. 102–143.

Сазонов Анатолий Юрьевич
Тамбовский государственный ун-т
Россия, Тамбов
e-mail: aib@tsu.tmb.ru

Суркова Людмила Николаевна
Тамбовский государственный ун-т
Россия, Тамбов
e-mail: aib@tsu.tmb.ru

Поступила в редакцию 10 мая 2007 г.